

宿題 7*

July 17, 2018

1. 次の記述のそれぞれについて、内容の正誤を答えなさい。

- (a) 消費者余剰とは支払意思額と実際の支払額との差（を全ての消費者について足したもの）である。
- (b) 生産者余剰とは企業の利潤（を全ての企業について足したもの）である。
- (c) 社会余剰の定義は「消費者余剰と生産者余剰の和」である。
- (d) ある政策が社会余剰を増加させるとき、それは必ずカルドア改善である。
- (e) ある政策がカルドア改善をもたらすとき、社会余剰は必ず増加する。
- (f) 社会余剰を最大化する配分は必ずパレート効率的である。
- (g) パレート効率的な配分であれば必ず社会余剰を最大化する。
- (h) 社会余剰が最大化されていない時、その最大化されていない社会余剰と最大化された社会余剰との差を死重的損失（あるいは死荷重）と呼ぶ。

2. 二人の消費者と二つの企業からなる経済を考えよう。消費者 1 と消費者 2 の選好は、それぞれ $U^1(x_1^c, r_1) := ((x_1^c)^{1/2} + r_1)^2$ と $U^2(x_2^c, r_2) := (2(x_2^c)^{1/2} + r_2)^3$ のような準線形型の効用関数によって代表されているとする。ここで、 x_i^c と r_i は消費者 $i \in \{1, 2\}$ の財と余暇の消費量をそれぞれ表わす。それぞれの消費者は $\bar{z} := 9$ 時間の中から r_i 時間を余暇に充て、残りの $\bar{z} - r_i$ 時間を労働に充てることができる。一方、企業 $j \in \{1, 2\}$ の生産技術は、それぞれ $x_1^p = f_1(z_1) := 2z_1^{1/2}$ と $x_2^p = f_2(z_2) := z_2^{1/2}$ のような生産関数によって代表されているとする。ここで、 x_j^p と z_j は企業 $j \in \{1, 2\}$ の生産量と労働投入量を表わす。

次のような二つの配分を考える：

$$a := (x_1^c, r_1, x_2^c, r_2, z_1, x_1^p, z_2, x_2^p) = \left(\frac{4}{5}, 6, \frac{16}{5}, 7, 1, 2, 4, 2 \right), \quad (1)$$

$$\tilde{a} := (\tilde{x}_1^c, \tilde{r}_1, \tilde{x}_2^c, \tilde{r}_2, \tilde{z}_1, \tilde{x}_1^p, \tilde{z}_2, \tilde{x}_2^p) := (4, 6, 1, 7, 4, 4, 1, 1). \quad (2)$$

このとき、

- (a) 配分 a と配分 \tilde{a} は実現可能か。
- (b) 配分 \tilde{a} は配分 a をカルドア改善するか。
- (c) 配分 a から配分 \tilde{a} への変化は社会余剰を増加させるか。
- (d) ある政策を実施することで a から \tilde{a} へと配分を変化させることができるとしよう。カルドア基準によると、そのような政策は実施されるべきか。

*宿題を提出する際には、A4 サイズの紙（何でもよい）を用い、氏名と学生証番号を明記すること。

3. 二人の消費者と二つの企業からなる経済を考えよう。消費者 1 の選好は

$$U^1(x_1, r_1) := (B_1(x_1) + r_1)^2, \quad \text{where } B_1(x_1) := x_1^{3/5} \quad (3)$$

のような効用関数 $U^1(x_1, r_1)$ によって、消費者 2 の選好は

$$U^2(x_2, r_2) := e^{B_2(x_2)+r_2}, \quad \text{where } B_2(x_2) := x_2^{3/5} \quad (4)$$

のような効用関数 $U^2(x_2, r_2)$ によって代表されているとする。ここで、 x_i と r_i は消費者 $i \in \{1, 2\}$ の財と余暇の消費量をそれぞれ表わす。それぞれの消費者には m_i だけの不労所得があり、また \bar{z} 時間の中から r_i 時間を余暇に充て、残りの $\bar{z} - r_i$ 時間を労働に充てることのできる。

一方、企業の生産技術はいずれも

$$f_j(z_j) := z_j^{5/6} \quad \forall j \in \{1, 2\} \quad (5)$$

のような生産関数で表現できる場合を考える。ここで、 x_j と z_j は企業 $j \in \{1, 2\}$ の生産量と労働投入量を表わす。この時、生産関数 $f_j(z_j)$ の逆関数 $C_j(x_j)$ は、

$$C_j(x_j) = x_j^{6/5} \quad \forall j \in \{1, 2\} \quad (6)$$

である。また、やや極端な想定ではあるが、二つの企業はいずれも一人の消費者（それを消費者 1 としよう）によって 100% 所有されているとする。つまり、

$$\theta_{i,j} = \begin{cases} 1 & i = 1 \\ 0 & i = 2 \end{cases} \quad \forall j \in \{1, 2\} \quad (7)$$

のような状況を考える。

政府による雇用促進政策として、従業員に支払う給与の何割かを政府が肩代わりする補助金を考えよう。具体的には、 $0 \leq \phi < 1$ を満たす ϕ について、給与総額の $(100 \times \phi)\%$ が補助金として企業に支払われるような状況を考える。例えば、賃金率を w として z_j 単位の労働力を投入した場合、企業が労働者に対して支払う給与の総額は wz_j になる。一方、雇用補助金が導入されれば、この企業は政府から ϕwz_j だけの補助金を得ることになるので、企業にとっての実質的な費用は $wz_j - \phi wz_j = (1 - \phi)wz_j$ である。したがってこの時、企業の利潤は

$$\pi_j := px_j - (1 - \phi)wz_j \quad (8)$$

のように表わすことができる。

補助金政策の費用は消費者に対する一括税によって賄われるものとする。つまり、消費者の予算制約は

$$px_i + wr_i = w\bar{z} + m_i - \tau \quad (9)$$

で、税額 τ は政府の予算制約（税収と政府支出とが一致すること）

$$\sum_{i=1}^2 \tau = \sum_{j=1}^2 \phi w z_j \quad (10)$$

を満たすように決定される。

- (a) 補助金率 ϕ を所与として、この経済における均衡価格 (p^*, w^*) を求めなさい。
- (b) 均衡における配分 $a(\phi) := (x_1^c(\phi), r_1(\phi), x_2^c(\phi), r_2(\phi), z_1(\phi), x_1^p(\phi), z_2(\phi), x_2^p(\phi))$ を求めなさい。
- (c) 補助金率 ϕ が変化したとき、均衡における集計財消費 $\sum_{i=1}^2 x_i^c(\phi)$ がどのように変わるか説明しなさい。
- (d) 配分 $a(\phi)$ の社会余剰

$$V(a(\phi)) := \sum_{i=1}^2 B_i(x_i^c(\phi)) - \sum_{j=1}^2 C_j(x_j^p(\phi)) \quad (11)$$

を求めなさい。また、補助金率 ϕ が変化したとき、社会余剰の値がどのように変化するか説明しなさい。

- (e) 均衡価格 (p^*, w^*) の中で $w^* = 1$ となるものを選び、その上で
 - i. 補助金率 ϕ が変化したとき均衡価格 p^* がどう変わるか説明しなさい。
 - ii. 均衡における消費者余剰

$$CS(\phi) := \sum_{i=1}^2 \left(w^* B_i(x_i^d) - p^* x_i^d \right) \Big|_{x_i^d = x_i^c(\phi)} \quad (12)$$

を計算しなさい。

- iii. 均衡における生産者余剰

$$PS(\phi) := \sum_{j=1}^2 \left(p^* x_j^s - (1 - \phi) w^* C_j(x_j^s) \right) \Big|_{x_j^s = x_j^p(\phi)} \quad (13)$$

を計算しなさい。

- iv. 均衡における消費者余剰と生産者余剰の和 $CS(\phi) + PS(\phi)$ が、補助金率 ϕ の値によってどのように変化するか説明しなさい。
- (f) 現時点で補助金率 $\phi > 0$ が設定されているとする。これをより低い補助金率 $\tilde{\phi} < \phi$ に変更すべきかどうか、カルドア基準を用いて検討しなさい。