宿題 6 の解答

July 17, 2018

1. 次の記述のそれぞれについて，内容の正誤を答えなさい．

   (a) ある配分が別の配分をパレート改善する時前者は後者をカルドア改善する．T

   (b) ある配分が別の配分をカルドア改善するとき，前者が後者をパレート改善するとは限らない．T

   (c) パレート基準によると，ある政策が実施されるべきなのは，その政策がパレート効率的な配分を実現するときのみである．F

   (d) ある政策によって実現した配分が（実施前と比べて）パレート改善でない場合，パレート基準はその政策の廃止を是認する．F

   (e) カルドア基準では，政策によってパレート改善をもたらすことができなくても（つまり利益を享受する人と不利益を被る人が混在する場合でも），受益者が損失者に十分な補償を行うことを前提に政策の実施を是認する．F

   (f) カルドア基準が是認する政策が誰かに不利益をもたらすことはない．F

   (g) ある政策の実施がパレート基準によって是認されるとき，その政策はカルドア基準によっても必ず是認される．T

2. 二人の消費者と二つの企業からなる経済を考えよう．消費者 1 と消費者 2 の選好は，それぞれ $U^1(x_1^c, r_1) := x_1^c r_1^2$ と $U^2(x_2^c, r_2) := (x_2^c)^2 r_2$ のような効用関数によって代表されているとする．ここで，x_i^c と r_i は消費者 $i \in \{1,2\}$ の財と余暇の消費量をそれぞれ表わす．それぞれの消費者は $\bar{z} := 9$ 時間の中から r_i 時間を余暇に充て，残りの $\bar{z} - r_i$ 時間を労働に充てることができる．

   一方，企業 $j \in \{1,2\}$ の生産技術は，それぞれ $x_1^p = f_1(z_1) := z_1^{1/2}$ と $x_2^p = f_2(z_2) := (z_2/2)^{1/2}$ のような生産関数によって代表されているとする．ここで，x_j^p と z_j は企業 $j \in \{1,2\}$ の生産量と労働投入量を表わす．

   次のような二つの実現可能な配分を考える：

$$a := (x_1^c, r_1, x_2^c, r_2, z_1, x_1^p, z_2, x_2^p) = (3, 2, 1, 4, 4, 2, 8, 2)\,, \tag{1}$$

$$\tilde{a} := (\tilde{x}_1^c, \tilde{r}_1, \tilde{x}_2^c, \tilde{r}_2, \tilde{z}_1, \tilde{x}_1^p, \tilde{z}_2, \tilde{x}_2^p) := (2, 2, 1, 10, 4, 2, 2, 1). \tag{2}$$

   このとき，

   (a) 配分 $\tilde{a}$ は配分 a をパレート改善するか．理由も述べなさい．

   （解答）配分 $\tilde{a}$ は配分 a をパレート改善しない．というのも，消費者 1 は配分 $\tilde{a}$ よりも配分 a を好むからである．

   (b) 配分 $\tilde{a}$ は配分 a をカルドア改善するか．理由も述べなさい．

（解答）配分 $\tilde{a}$ は配分 a をカルドア改善する．配分 $\tilde{a}$ が実現した後で，例えば消費者 1 から消費者 2 に財を 1 単位移転し，逆に消費者 2 から消費者 1 に余暇を 4 単位移転すれば

$$\tilde{\tilde{a}} := (\tilde{\tilde{x}}_1^c, \tilde{\tilde{r}}_1, \tilde{\tilde{x}}_2^c, \tilde{\tilde{r}}_2, \tilde{\tilde{z}}_1, \tilde{\tilde{x}}_1^p, \tilde{\tilde{z}}_2, \tilde{\tilde{x}}_2^p) := (1, 6, 2, 6, 4, 2, 2, 1). \tag{3}$$

のような配分を得ることができ，この（補償が行われた場合の）配分 $\tilde{\tilde{a}}$ は配分 a をパレート改善する．このことから，配分 $\tilde{a}$ は配分 a をカルドア改善すると言える．

3. 二人の消費者と二つの企業からなる経済を考えよう．消費者の選好はいずれも

$$U^i(x_i, r_i) := x_i^{3/5} + r_i \quad \forall i \in \{1, 2\} \tag{4}$$

のような効用関数によって代表されているとする．ここで, x_i と r_i は消費者 $i \in \{1, 2\}$ の財と余暇の消費量をそれぞれ表わす．それぞれの消費者には m_i だけの不労所得があり，また $\bar{z}$ 時間の中から r_i 時間を余暇に充て，残りの $\bar{z} - r_i$ 時間を労働に充てることができる．

一方，企業の生産技術はいずれも

$$f_j(z_j) := z_j^{5/6} \quad \forall j \in \{1, 2\} \tag{5}$$

のような生産関数で表現できる場合を考える．ここで，x_j と z_j は企業 $j \in \{1, 2\}$ の生産量と労働投入量を表わす．この時，生産関数 $f_j(z_j)$ の逆関数 $C_j(x_j)$ は,

$$C_j(x_j) = x_j^{6/5} \quad \forall j \in \{1, 2\} \tag{6}$$

である．また，やや極端な想定ではあるが，二つの企業はいずれも一人の消費者（それを消費者 1 としよう）によって 100% 所有されているとする．つまり,

$$\theta_{i,j} = \begin{cases} 1 & i = 1 \\ 0 & i = 2 \end{cases} \quad \forall j \in \{1, 2\} \tag{7}$$

のような状況を考える．

政府による雇用促進政策として，従業員に支払う給与の何割かを政府が肩代わりする補助金を考えよう．具体的には，$0 \leq \phi < 1$ を満たす ϕ について，給与総額の $(100 \times \phi)$%が補助金として企業に支払われるような状況を考える．例えば，賃金率を w として z_j 単位の労働力を投入した場合，企業が労働者に対して支払う給与の総額は wz_j になる．一方，雇用補助金が導入されれば，この企業は政府から ϕwz_j だけの補助金を得ることになるので，企業にとっての実質的な費用は $wz_j - \phi wz_j = (1 - \phi)wz_j$ である．したがってこの時，企業の利潤は

$$\pi_j := px_j - (1 - \phi)wz_j \tag{8}$$

のように表わすことができる．

補助金政策の費用は消費者に対する一括税によって賄われるものとする．つまり，消費者の予算制約は

$$px_i + wr_i = w\bar{z} + m_i - \tau \tag{9}$$

で，税額 τ は政府の予算制約（税収と政府支出とが一致すること）

$$\sum_{i=1}^{2} \tau = \sum_{j=1}^{2} \phi w z_j \tag{10}$$

を満たすように決定される．

(a) 企業の供給関数 $x_j^s(w,p,\phi)$ および労働需要関数 $z_j^d(w,p,\phi)$ を求めなさい．

（解答）各企業の財の供給量は，価格と限界費用が等しくなるように選ばれる．したがって，企業 $j \in \{1,2\}$ によって選ばれる z と x の組を (z_j^*, r_j^*) とおくと，x_j^* について

$$p = (1-\phi)wC_j'(x_j^*) \quad \forall j \in \{1,2\} \tag{11}$$

が成立しているはずである．関数 $C_j(x_j)$ は (6) で与えられていたから，各企業は

$$(11) \iff p = (1-\phi)w\frac{6}{5}\left(x_j^*\right)^{1/5} \iff x_j^* = \underbrace{\left(\frac{5}{6}\frac{p}{(1-\phi)w}\right)^5}_{=x_j^s(w,p,\phi)} \tag{12}$$

だけの財を供給することが分かる．また, x_j^* だけの財を生産するためには $C_j(x_j^*)$ だけの労働投入が必要であるから，この企業は

$$z_j^* = C_j(x_1^*) = \underbrace{\left(\frac{5}{6}\frac{p}{(1-\phi)w}\right)^6}_{=z_j^d(w,p,\phi)} \tag{13}$$

だけの労働を需要することも分かる．

(b) 最大化された利潤 $\pi_j^*(w,p,\phi) := px_j^s(w,p,\phi) - (1-\phi)wz_j^d(w,p,\phi)$ を求めよ．

（解答）直前の設問で求めた (12) と (13) を用いれば，利潤は

$$\begin{aligned}\pi_j^*(w,p,\phi) &:= px_j^s(w,p,\phi) - (1-\phi)wz_j^d(w,p,\phi)\\ &= p\left(\frac{5}{6}\frac{p}{(1-\phi)w}\right)^5 - (1-\phi)w\left(\frac{5}{6}\frac{p}{(1-\phi)w}\right)^6\\ &= w\frac{5^5}{6^6}\left(\frac{1}{1-\phi}\right)^5\left(\frac{p}{w}\right)^6 \end{aligned}\tag{14}$$

のように表わすことができる．

(c) 各消費者について，需要関数 $x_i^d(p,w,m_i,\tau)$，$r_i^d(p,w,m_i,\tau)$ および労働供給関

数 $z_i^s(p,w,m_i,\tau)$ を求めなさい．

（解答）消費者 $i\in\{1,2\}$ によって需要される財と余暇の組を (x_i^*,r_i^*) とおくと，

$$\frac{U_1^i(x_i^*,r_i^*)}{U_2^i(x_i^*,r_i^*)}=\frac{p}{w}\quad\forall i\in\{1,2\}\tag{15}$$

かつ

$$px_i^*+wr_i^*=w\bar{z}+m_i\quad\forall i\in\{1,2\}\tag{16}$$

を満たすはずである．いま，消費者の限界効用は，x_i と r_i のそれぞれについて

$$U_1^i(x_i,r_i)=\frac{3}{5}x_i^{-2/5},\quad U_2^i(x_i,r_i)=1\tag{17}$$

と計算できるので，限界代替率は

$$\frac{U_1^i(x_i,r_i)}{U_2^i(x_i,r_i)}=\frac{3}{5}x_i^{-2/5}\tag{18}$$

である．したがって，

$$(15)\iff\frac{3}{5}\,(x_i^*)^{-2/5}=\frac{p}{w}\iff x_i^*=\underbrace{\left(\frac{3}{5}\frac{w}{p}\right)^{5/2}}_{=x_i^d(p,w,m_i,\tau)}\tag{19}$$

のように財の需要関数を求めることができ，これを (16) と合わせれば，

$$r_i^*=\bar{z}+\frac{m_i}{w}-\frac{\tau}{w}-\frac{p}{w}x_i^*=\underbrace{\bar{z}+\frac{m_i}{w}-\frac{\tau}{w}-\left(\frac{3}{5}\right)^{5/2}\left(\frac{w}{p}\right)^{3/2}}_{=r_i^d(p,w,m_i,\tau)}\tag{20}$$

のように余暇の需要関数を得る．また，$\bar{z}$ 時間のうちの $r_i^d(p,w,m_i,\tau)$ 時間を余暇として消費するということは，残りの $\bar{z}-r_i^d(p,w,m_i)$ 時間を労働に用いることである．したがって，(20) を用いれば，

$$z_i^s(p,w,m_i)=\bar{z}-r_i^d(p,w,m_i)=\left(\frac{3}{5}\right)^{5/2}\left(\frac{w}{p}\right)^{3/2}-\frac{m_i}{w}+\frac{\tau}{w}\tag{21}$$

のように労働供給関数を求めることができる．

(d) この経済における均衡価格 (p^*,w^*) を求めなさい．

（解答）まず，各消費者の不労所得と一括税額を求めておく．二つの企業はいずれも消費者 1 によって 100% 所有されているのであったから，(7) と (14) に

より，不労所得は

$$
\begin{aligned}
m_i^*(w,p,\phi) &:= \sum_{j=1}^{2} \theta_{i,j}\pi_j^*(w,p,\phi) \\
&= \begin{cases} 1\times\pi_1^*(w,p,\phi)+1\times\pi_2^*(w,p,\phi) & \text{for } i=1 \\ 0\times\pi_1^*(w,p,\phi)+0\times\pi_2^*(w,p,\phi) & \text{for } i=2 \end{cases} \\
&= \begin{cases} 2w\frac{5^5}{6^6}\left(\frac{1}{1-\phi}\right)^5\left(\frac{p}{w}\right)^6 & \text{for } i=1 \\ 0 & \text{for } i=2 \end{cases} \qquad (22)
\end{aligned}
$$

のように計算できる．一方，一括税 τ は企業の労働需要 (13) と政府の予算制約 (10) とから

$$
\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{2}\tau &= \sum_{j=1}^{2}\phi w z_j^d(w,p,\phi) \\
\iff \tau &= \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{2}\phi w z_j^d(w,p,\phi) = \underbrace{w\phi\left(\frac{5}{6}\frac{p}{(1-\phi)w}\right)^6}_{=\tau^*(w,p,\phi)} \qquad (23)
\end{aligned}
$$

のように求められる．(22) と (23) を消費者の需要関数 (19) に代入すると

$$
x_i^d(p,w,m_i^*(w,p,\phi),\tau^*(w,p,\phi)) = \left(\frac{3}{5}\frac{w}{p}\right)^{5/2} \qquad (24)
$$

となり[1]，また (22) と (23) を余暇の需要関数 (20) に代入すると

$$
\begin{aligned}
&r_i^d(p,w,m_i^*(w,p,\phi),\tau^*(w,p,\phi)) \\
&= \bar{z} + \frac{m_i^*(w,p,\phi)}{w} - \frac{\tau^*(w,p,\phi)}{w} - \left(\frac{3}{5}\right)^{5/2}\left(\frac{w}{p}\right)^{3/2} \\
&= \begin{cases} \bar{z} + 2\frac{5^5}{6^6}\left(\frac{1}{1-\phi}\right)^5\left(\frac{p}{w}\right)^6 - \phi\left(\frac{5}{6}\frac{p}{(1-\phi)w}\right)^6 - \left(\frac{3}{5}\right)^{5/2}\left(\frac{w}{p}\right)^{3/2} & \text{for } i=1 \\ \bar{z} + 0 - \phi\left(\frac{5}{6}\frac{p}{(1-\phi)w}\right)^6 - \left(\frac{3}{5}\right)^{5/2}\left(\frac{w}{p}\right)^{3/2} & \text{for } i=2 \end{cases} \\
&= \begin{cases} \bar{z} - \left(\phi - \frac{2}{5}(1-\phi)\right)\left(\frac{5}{6}\right)^6\left(\frac{p}{(1-\phi)w}\right)^6 - \left(\frac{3}{5}\right)^{5/2}\left(\frac{w}{p}\right)^{3/2} & \text{for } i=1 \\ \bar{z} - \phi\left(\frac{5}{6}\right)^6\left(\frac{p}{(1-\phi)w}\right)^6 - \left(\frac{3}{5}\right)^{5/2}\left(\frac{w}{p}\right)^{3/2} & \text{for } i=2 \end{cases} \qquad (25)
\end{aligned}
$$

[1]一般には需要関数は価格 (p,w) のみならず所得 m_i の関数にもなるが，この設問に関する限り，需要関数は所得や税額に依存しない．言い換えれば，財需要に対する所得効果（所得の変化に応じて財の需要が変化する効果）はゼロである．これは，(4) で定義される効用関数 $U^i(x_i,r_i)$ が準線形性と呼ばれる特殊な仮定を満たしているからである．

となり，さらに (22) と (23) を労働供給関数 (21) に代入すると

$$
\begin{aligned}
&z_i^s(p, w, m_i^*(w, p, \phi), \tau^*(w, p, \phi)) \\
&= \bar{z} - r_i^d(p, w, m_i^*(w, p, \phi), \tau^*(w, p, \phi)) \\
&= \begin{cases} \left(\frac{3}{5}\right)^{5/2} \left(\frac{w}{p}\right)^{3/2} + \left(\phi - \frac{2}{5}(1-\phi)\right) \left(\frac{5}{6}\right)^6 \left(\frac{p}{(1-\phi)w}\right)^6 & \text{for } i = 1 \\ \left(\frac{3}{5}\right)^{5/2} \left(\frac{w}{p}\right)^{3/2} + \phi \left(\frac{5}{6}\right)^6 \left(\frac{p}{(1-\phi)w}\right)^6 & \text{for } i = 2 \end{cases}
\end{aligned} \tag{26}
$$

を得る．

均衡価格とは，財市場と労働市場の両方で集計需要と集計供給を一致させる価格である．まずは労働市場に注目すると，集計労働需要は (13) から

$$
\sum_{j=1}^{2} z_j^d(w, p, \phi) = 2\left(\frac{5}{6}\right)^6 \left(\frac{p}{(1-\phi)w}\right)^6 \tag{27}
$$

であり，集計労働供給は (26) から

$$
\begin{aligned}
&\sum_{i=1}^{2} z_i^s(p, w, m_i^*(w, p, \phi), \tau^*(w, p, \phi)) \\
&\qquad = 2\left(\frac{3}{5}\right)^{5/2} \left(\frac{w}{p}\right)^{3/2} - \frac{1-6\phi}{5} 2\left(\frac{5}{6}\right)^6 \left(\frac{p}{(1-\phi)w}\right)^6
\end{aligned} \tag{28}
$$

である．したがって，(p^*, w^*) が均衡価格であるならば

$$
\begin{aligned}
&\sum_{j=1}^{2} z_j^d(w^*, p^*, \phi) = \sum_{i=1}^{2} z_i^s(p^*, w^*, m_i^*(w^*, p^*, \phi), \tau^*(w^*, p^*, \phi)) \\
\iff\ & 2\left(\frac{5}{6}\right)^6 \left(\frac{p^*}{(1-\phi)w^*}\right)^6 = 2\left(\frac{3}{5}\right)^{5/2} \left(\frac{w^*}{p^*}\right)^{3/2} - \frac{1-6\phi}{5} 2\left(\frac{5}{6}\right)^6 \left(\frac{p^*}{(1-\phi)w^*}\right)^6 \\
\iff\ & \left(\frac{5}{6}\right)^5 \left(\frac{1}{1-\phi}\right)^5 \left(\frac{p^*}{w^*}\right)^6 = \left(\frac{3}{5}\right)^{5/2} \left(\frac{w^*}{p^*}\right)^{3/2} \\
\iff\ & \left(\frac{5}{6}\right)^{10/3} \left(\frac{1}{1-\phi}\right)^{10/3} \left(\frac{p^*}{w^*}\right)^5 = \left(\frac{3}{5}\right)^{5/3} \\
\iff\ & \frac{p^*}{w^*} = \frac{3}{5}\left[2(1-\phi)\right]^{2/3}
\end{aligned} \tag{29}
$$

を満たす．一方，財市場に注目すると，集計供給は (12) から

$$
\sum_{j=1}^{2} x_j^s(w, p, \phi) = 2\left(\frac{5}{6}\frac{p}{(1-\phi)w}\right)^5 \tag{30}
$$

であり，集計需要は (24) から

$$\sum_{i=1}^{2} x_i^d(p,w,m_i^*(w,p,\phi),\tau^*(w,p,\phi)) = 2\left(\frac{3}{5}\frac{w}{p}\right)^{5/2} \tag{31}$$

である．したがって，(p^*,w^*) が均衡価格であるならば

$$\begin{aligned}
&\sum_{j=1}^{2} x_j^s(w^*,p^*,\phi) = \sum_{i=1}^{2} x_i^d(p^*,w^*,m_i^*(w^*,p^*,\phi),\tau^*(w^*,p^*,\phi)) \\
&\iff 2\left(\frac{5}{6}\frac{p^*}{(1-\phi)w^*}\right)^5 = 2\left(\frac{3}{5}\frac{w^*}{p^*}\right)^{5/2} \\
&\iff \frac{p^*}{w^*} = \frac{3}{5}\left[2(1-\phi)\right]^{2/3} \qquad (32)
\end{aligned}$$

を満たす．(29) と (32) から，

$$\frac{p^*}{w^*} = \frac{3}{5}\left[2(1-\phi)\right]^{2/3} \tag{33}$$

となるような p^* と w^* であれば，集計需要と集計供給を全ての市場（財市場と労働市場）で同時に一致させることができると分かる．よって，(33) を満たす任意の p^* と w^* の組が均衡価格である．

(e) 均衡における配分 $(x_1^c(\phi),r_1(\phi),x_2^c(\phi),r_2(\phi),z_1(\phi),x_1^p(\phi),z_2(\phi),x_2^p(\phi))$ を求めなさい．

（解答）均衡価格 (33) を需要関数や供給関数に代入すればよい．まず，(24) に (33) を代入することで

$$x_i^d(p^*,w^*,m_i^*(w^*,p^*,\phi),\tau^*(w^*,p^*,\phi)) = \left(\frac{3}{5}\frac{w^*}{p^*}\right)^{5/2} = \underbrace{\left[2(1-\phi)\right]^{-5/3}}_{=x_i^c(\phi)} \tag{34}$$

のように各消費者の財消費量を，また (25) に (33) を代入することで

$$\begin{aligned}
&r_i^d(p^*,w^*,m_i^*(w^*,p^*,\phi),\tau^*(w^*,p^*,\phi)) \\
&= \begin{cases} \bar{z} - \left(\phi - \frac{2}{5}(1-\phi)\right)\left(\frac{5}{6}\right)^6\left(\frac{p^*}{(1-\phi)w^*}\right)^6 - \left(\frac{3}{5}\right)^{5/2}\left(\frac{w^*}{p^*}\right)^{3/2} & \text{for } i=1 \\ \bar{z} - \phi\left(\frac{5}{6}\right)^6\left(\frac{p^*}{(1-\phi)w^*}\right)^6 - \left(\frac{3}{5}\right)^{5/2}\left(\frac{w^*}{p^*}\right)^{3/2} & \text{for } i=2 \end{cases} \\
&= \begin{cases} \bar{z} - \left(\phi - \frac{2}{5}(1-\phi)\right)\left[2(1-\phi)\right]^{-2} - \frac{3}{5}\left[2(1-\phi)\right]^{-1} & \text{for } i=1 \\ \bar{z} - \phi\left[2(1-\phi)\right]^{-2} - \frac{3}{5}\left[2(1-\phi)\right]^{-1} & \text{for } i=2 \end{cases} \\
&= \begin{cases} \bar{z} - \frac{\phi}{4(1-\phi)^2} - \frac{2}{10(1-\phi)} & \text{for } i=1 \\ \bar{z} - \frac{\phi}{4(1-\phi)^2} - \frac{3}{10(1-\phi)} & \text{for } i=2 \end{cases} \\
&=: r_i(\phi) \qquad (35)
\end{aligned}$$

のように各消費者の余暇消費量を表わすことができる．一方，(13) に (33) を代入することで

$$z_j^d(w^*,p^*,\phi)=\left(\frac{5}{6}\frac{p^*}{(1-\phi)w^*}\right)^6=\underbrace{[2(1-\phi)]^{-2}}_{=z_j(\phi)} \tag{36}$$

のように各企業の労働投入量を，また (12) に (33) を代入することで

$$x_j^s(w^*,p^*,\phi)=\left(\frac{5}{6}\frac{p^*}{(1-\phi)w^*}\right)^5=\underbrace{[2(1-\phi)]^{-5/3}}_{=x_j^p(\phi)} \tag{37}$$

のように各企業の財生産量を表わすことができる．

(f) 25%の補助金率（$\phi=1/4$）が設定されているとして，この補助金を廃止することはパレート基準で正当化されるか．また，カルドア基準であればどうか．

（解答）補助金率が ϕ であるときの均衡における各消費者の効用関数の値は，直前の設問で求めた $(x_i^c(\phi),r_i(\phi))$ を効用関数 (4) に代入することで

$$U^i(x_i^c(\phi),r_i(\phi))=\begin{cases}\frac{1}{2(1-\phi)}-\frac{4+\phi}{20(1-\phi)^2}+\bar{z} & i=1\\ \frac{1}{2(1-\phi)}-\frac{6-\phi}{20(1-\phi)^2}+\bar{z} & i=2\end{cases} \tag{38}$$

のように表現することができる．とくに，補助金率が 25%（つまり $\phi=1/4$）であるケースを考えると

$$U^i(x_i^c(\phi),r_i(\phi))\big|_{\phi=1/4}=\begin{cases}\frac{13}{45}+\bar{z} & i=1\\ \frac{7}{45}+\bar{z} & i=2\end{cases} \tag{39}$$

のように計算できる．一方，補助金を廃止した場合（つまり $\phi=0$ とした場合）には

$$U^i(x_i^c(\phi),r_i(\phi))\big|_{\phi=0}=\begin{cases}\frac{3}{10}+\bar{z} & i=1\\ \frac{2}{10}+\bar{z} & i=2\end{cases} \tag{40}$$

である．ここで，(39) と (40) とを比較すると

$$U^1(x_1^c(\phi),r_1(\phi))\big|_{\phi=1/4}=\frac{13}{45}+\bar{z}<\frac{3}{10}+\bar{z}=U^1(x_1^c(\phi),r_1(\phi))\big|_{\phi=0} \tag{41}$$

かつ

$$U^2(x_2^c(\phi),r_2(\phi))\big|_{\phi=1/4}=\frac{7}{45}+\bar{z}<\frac{2}{10}+\bar{z}=U^2(x_2^c(\phi),r_2(\phi))\big|_{\phi=0} \tag{42}$$

であるから，政策を廃止することでパレート改善を実現できることが分かる．したがって，この補助金を廃止することはパレート基準によって正当化される．また当然ながら，補助金の廃止はカルドア基準によっても正当化される．

(g) 15%の補助金率（$\phi = 3/20$）が設定されているとして，この補助金を廃止することはパレート基準で正当化されるか．また，カルドア基準であればどうか．

（解答）補助金率が ϕ であるときの均衡における各消費者の効用関数の値は (38) によって計算することができる．とくに，補助金率が 15%（つまり $\phi = 3/20$）であるケースを考えると

$$U^i(x_i^c(\phi), r_i(\phi))\big|_{\phi=3/20} = \begin{cases} \frac{87}{289} + \bar{z} & i = 1 \\ \frac{53}{289} + \bar{z} & i = 2 \end{cases} \tag{43}$$

である．補助金を廃止した場合（つまり $\phi = 0$ とした場合）の効用関数の値は (40) で与えられる．ここで，(43) と (40) とを比較すると

$$U^1(x_1^c(\phi), r_1(\phi))\big|_{\phi=3/20} = \frac{87}{289} + \bar{z} > \frac{3}{10} + \bar{z} = U^1(x_1^c(\phi), r_1(\phi))\big|_{\phi=0} \tag{44}$$

であるため，消費者 1 は補助金政策が実施されている状態をより好む．一方，

$$U^2(x_2^c(\phi), r_2(\phi))\big|_{\phi=3/20} = \frac{53}{289} + \bar{z} < \frac{2}{10} + \bar{z} = U^2(x_2^c(\phi), r_2(\phi))\big|_{\phi=0} \tag{45}$$

であるから，消費者 2 は補助金政策が廃止された状態をより好む．よって，この補助金を廃止することでパレート改善を実現できず，そのため政策の廃止はパレート基準では正当化されない．

しかしカルドア基準では，この補助金は廃止すべきであると判断される．というのも，補助金を廃止することによって利益を享受する消費者 2 から，補助金の廃止によって不利益を被る消費者 1 に対して補償を行うことで，パレート改善を実現することが可能だからである．例えば，政策を廃止した後で，

$$\Delta r := \frac{87}{289} - \frac{3}{10} = \frac{3}{2890} \tag{46}$$

単位だけの余暇を消費者 2 から消費者 1 に移転したとする．すると，

$$U^1(x_1^c(\phi), r_1(\phi))\big|_{\phi=3/20} = \frac{87}{289} + \bar{z} = U^1(x_1^c(\phi), r_1(\phi) + \Delta r)\big|_{\phi=0} \tag{47}$$

となるから，消費者 1 は政策を廃止する前と後とで（補償が行われたならば）同程度に好ましい状態を得る．一方，

$$U^2(x_2^c(\phi), r_2(\phi))\big|_{\phi=3/20} = \frac{530}{2890} + \bar{z} < \frac{575}{2890} + \bar{z} = U^2(x_2^c(\phi), r_2(\phi) - \Delta r)\big|_{\phi=0} \tag{48}$$

であるから，消費者 2 は（仮に消費者 1 に補償を行ったとしても）補助金政策が廃止された後の状態をより好む．これは補助金政策を廃止することによってカルドア改善を実現できることに他ならず，それゆえに，補助金の廃止はカルドア基準によって是認される．