

宿題 6*

July 10, 2018

1. 次の記述のそれぞれについて、内容の正誤を答えなさい。

- (a) ある配分が別の配分をパレート改善するとき、前者は後者をカルドア改善する。
- (b) ある配分が別の配分をカルドア改善するとき、前者が後者をパレート改善するとは限らない。
- (c) パレート基準によると、ある政策が実施されるべきなのは、その政策がパレート効率的な配分を実現するときのみである。
- (d) ある政策によって実現した配分が（実施前と比べて）パレート改善でない場合、パレート基準はその政策の廃止を是認する。
- (e) カルドア基準では、政策によってパレート改善をもたらすことができなくても（つまり利益を享受する人と不利益を被る人が混在する場合でも）、受益者が損失者に十分な補償を行うことを前提に政策の実施を是認する。
- (f) カルドア基準によって是認される政策が誰かに不利益をもたらすことはない。
- (g) ある政策の実施がパレート基準によって是認されるとき、その政策はカルドア基準によっても必ず是認される。

2. 二人の消費者と二つの企業からなる経済を考えよう。消費者 1 と消費者 2 の選好は、それぞれ $U^1(x_1^c, r_1) := x_1^c r_1^2$ と $U^2(x_2^c, r_2) := (x_2^c)^2 r_2$ のような効用関数によって代表されているとする。ここで、 x_i^c と r_i は消費者 $i \in \{1, 2\}$ の財と余暇の消費量をそれぞれ表わす。それぞれの消費者は $\bar{z} := 9$ 時間の中から r_i 時間を余暇に充て、残りの $\bar{z} - r_i$ 時間を労働に充てることができる。

一方、企業 $j \in \{1, 2\}$ の生産技術は、それぞれ $x_1^p = f_1(z_1) := z_1^{1/2}$ と $x_2^p = f_2(z_2) := (z_2/2)^{1/2}$ のような生産関数によって代表されているとする。ここで、 x_j^p と z_j は企業 $j \in \{1, 2\}$ の生産量と労働投入量を表わす。

次のような二つの実現可能な配分を考える：

$$a := (x_1^c, r_1, x_2^c, r_2, z_1, x_1^p, z_2, x_2^p) = (3, 2, 1, 4, 4, 2, 8, 2), \quad (1)$$

$$\tilde{a} := (\tilde{x}_1^c, \tilde{r}_1, \tilde{x}_2^c, \tilde{r}_2, \tilde{z}_1, \tilde{x}_1^p, \tilde{z}_2, \tilde{x}_2^p) := (2, 2, 1, 10, 4, 2, 2, 1). \quad (2)$$

このとき、

- (a) 配分 \tilde{a} は配分 a をパレート改善するか。理由も述べなさい。
- (b) 配分 \tilde{a} は配分 a をカルドア改善するか。理由も述べなさい。

*宿題を提出する際には、A4 サイズの紙（何でもよい）を用い、氏名と学生証番号を明記すること。

3. 二人の消費者と二つの企業からなる経済を考えよう。消費者の選好はいずれも

$$U^i(x_i, r_i) := x_i^{3/5} + r_i \quad \forall i \in \{1, 2\} \quad (3)$$

のような効用関数によって代表されているとする。ここで、 x_i と r_i は消費者 $i \in \{1, 2\}$ の財と余暇の消費量をそれぞれ表わす。それぞれの消費者には m_i だけの不労所得があり、また \bar{z} 時間の中から r_i 時間を余暇に充て、残りの $\bar{z} - r_i$ 時間を労働に充てることができる。

一方、企業の生産技術はいずれも

$$f_j(z_j) := z_j^{5/6} \quad \forall j \in \{1, 2\} \quad (4)$$

のような生産関数で表現できる場合を考える。ここで、 x_j と z_j は企業 $j \in \{1, 2\}$ の生産量と労働投入量を表わす。この時、生産関数 $f_j(z_j)$ の逆関数 $C_j(x_j)$ は、

$$C_j(x_j) = x_j^{6/5} \quad \forall j \in \{1, 2\} \quad (5)$$

である。また、やや極端な想定ではあるが、二つの企業はいずれも一人の消費者（それを消費者 1 としよう）によって 100% 所有されているとする。つまり、

$$\theta_{i,j} = \begin{cases} 1 & i = 1 \\ 0 & i = 2 \end{cases} \quad \forall j \in \{1, 2\} \quad (6)$$

のような状況を考える。

政府による雇用促進政策として、従業員に支払う給与の何割かを政府が肩代わりする補助金を考えよう。具体的には、 $0 \leq \phi < 1$ を満たす ϕ について、給与総額の $(100 \times \phi)\%$ が補助金として企業に支払われるような状況を考える。例えば、賃金率を w として z_j 単位の労働力を投入した場合、企業が労働者に対して支払う給与の総額は wz_j になる。一方、雇用補助金が導入されれば、この企業は政府から ϕwz_j だけの補助金を得ることになるので、企業にとっての実質的な費用は $wz_j - \phi wz_j = (1 - \phi)wz_j$ である。したがってこの時、企業の利潤は

$$\pi_j := px_j - (1 - \phi)wz_j \quad (7)$$

のように表わすことができる。

補助金政策の費用は消費者に対する一括税によって賄われるものとする。つまり、消費者の予算制約は

$$px_i + wr_i = w\bar{z} + m_i - \tau \quad (8)$$

で、税額 τ は政府の予算制約（税収と政府支出とが一致すること）

$$\sum_{i=1}^2 \tau = \sum_{j=1}^2 \phi wz_j \quad (9)$$

を満たすように決定される。

- (a) 企業の供給関数 $x_j^s(w, p, \phi)$ および労働需要関数 $z_j^d(w, p, \phi)$ を求めなさい。
- (b) 最大化された利潤 $\pi_j^*(w, p, \phi) := px_j^s(w, p, \phi) - (1 - \phi)wz_j^d(w, p, \phi)$ を求めよ。
- (c) 各消費者について、需要関数 $x_i^d(p, w, m_i, \tau)$, $r_i^d(p, w, m_i, \tau)$ および労働供給関数 $z_i^s(p, w, m_i, \tau)$ を求めなさい。
- (d) この経済における均衡価格 (p^*, w^*) を求めなさい。
- (e) 均衡における配分 $(x_1^c(\phi), r_1(\phi), x_2^c(\phi), r_2(\phi), z_1(\phi), x_1^p(\phi), z_2(\phi), x_2^p(\phi))$ を求めなさい。
- (f) 25%の補助金率 ($\phi = 1/4$) が設定されているとして、この補助金を廃止することはパレート基準で正当化されるか。また、カルドア基準であればどうか。
- (g) 15%の補助金率 ($\phi = 3/20$) が設定されているとして、この補助金を廃止することはパレート基準で正当化されるか。また、カルドア基準であればどうか。