

## 宿題 2 の解答

June 12, 2018

1. 次の記述のそれぞれについて、内容の正誤を答えなさい。

- (a) 大学の学費を無償化した場合、大学進学のコストは生活費だけになる。 F
- (b) 友人から映画のチケットを譲り受けた時その映画を鑑賞する費用はゼロだ。 F
- (c) もともと土地を所有していれば、家を建てる時に土地の費用は必要ない。 F
- (d) 教室の清掃を、以前は専門の業者に任せていたが、今年から教員が行うことにした。教員はボランティアなので、清掃業者への支払いがなくなった分、費用がかからなくなった。 F
- (e) 銀行にお金を預けると、口座の開設や維持に手数料が必要ないとする、費用はかからない。 F

2. ある消費者の選好が効用関数  $U(x, r) := x^{1/2}r^{1/2}$  によって代表されているとする。ただしここで、 $x$  は財の消費量、 $r$  は余暇の消費量を表わす。この消費者は、 $\bar{z}$  だけの時間を余暇と労働に充てる。財価格を  $p$ 、賃金率を  $w$ 、不労所得を  $m$  とすれば、予算集合は

$$B(p, w, m) := \{(x, r) \in \mathbb{R}_+^2 \mid px = w(\bar{z} - r) + m, r \leq \bar{z}\} \quad (1)$$

である。

(a) この消費者の需要関数  $x^d(p, w, m)$  および  $r^d(p, w, m)$  を求めなさい。

(解答) 予算制約が

$$px + wr = w\bar{z} + m \quad (2)$$

と書けることに注意すれば、この問題は「 $w\bar{z} + m$  を所得として単位価格  $p$  の財と単位価格  $w$  の余暇を購入する問題」と見なすことができる。よって、消費者によって需要される財と余暇の組を  $(x^*, r^*)$  とおくと、

$$\frac{U_1(x^*, r^*)}{U_2(x^*, r^*)} = \frac{p}{w} \quad (3)$$

かつ

$$px^* + wr^* = w\bar{z} + m \quad (4)$$

を満たすはずである。いま、限界効用は

$$U_1(x, r) = \frac{1}{2} \left(\frac{r}{x}\right)^{1/2}, \quad U_2(x, r) = \frac{1}{2} \left(\frac{r}{x}\right)^{-1/2} \quad (5)$$

と計算できるので、限界代替率は

$$\frac{U_1(x, r)}{U_2(x, r)} = \frac{r}{x} \quad (6)$$

である。したがって、

$$(3) \iff \frac{r^*}{x^*} = \frac{p}{w} \iff wr^* = px^* \quad (7)$$

であり、これを (4) と併せれば

$$x^* = \frac{w\bar{z} + m}{2p}, \quad r^* = \frac{w\bar{z} + m}{2w} \quad (8)$$

を得る。したがって、財と余暇についての需要関数は、それぞれ

$$x^d(p, w, m) = \frac{w\bar{z} + m}{2p}, \quad r^d(p, w, m) = \frac{w\bar{z} + m}{2w} \quad (9)$$

である。

- (b) この消費者の労働供給関数  $z^s(p, w, m)$  を求めなさい。

(解答) この消費者は、 $\bar{z}$  時間のうちの  $r^d(p, w, m)$  時間を余暇として消費し、残りの  $\bar{z} - r^d(p, w, m)$  時間を労働に用いる。したがって、(9) を用いれば、労働供給関数は

$$z^s(p, w, m) = \bar{z} - r^d(p, w, m) = \frac{1}{2}\bar{z} - \frac{m}{2w} \quad (10)$$

のように求めることができる。

- (c) 不労所得  $m$  が増加した場合に、この消費者の財需要や労働供給がどのように変化するか説明しなさい。

(解答) (9) を見ると、財に対する需要  $x^d(p, w, m)$  は  $m$  について増加関数であるから、不労所得が増加すると財需要は増加することが分かる。一方、余暇に対する需要  $r^d(p, w, m)$  も  $m$  について増加関数であるから、(10) から明らかのように、労働供給  $z^s(p, w, m)$  は  $m$  について減少関数になる。したがって、不労所得が増加すると労働供給は減少する。

3. 二人の消費者からなる経済を考えよう。消費者  $i \in \{1, 2\}$  は、 $m_i$  だけの不労所得を得ており、 $\bar{z}$  だけの時間を余暇  $r_i$  と労働  $z_i$  に割り当て、 $x_i$  単位の財を購入する。消費者 1 と消費者 2 の選好は、それぞれ  $U^1(x_1, r_1) := x_1^{1/2} r_1^{1/2}$  と  $U^2(x_2, r_2) := x_2^{1/3} r_2^{2/3}$  のような効用関数によって代表されているとする。財価格を  $p$ 、賃金率を  $w$  で表わす。

- (a) 各消費者について、需要関数  $x_i^d(p, w, m_i)$ 、 $r_i^d(p, w, m_i)$  および労働供給関数  $z_i^s(p, w, m_i)$  を求めなさい。

(解答) 消費者 1 の需要関数については、直前の設問から

$$x_1^d(p, w, m_1) = \frac{w\bar{z} + m_1}{2p}, \quad r_1^d(p, w, m_1) = \frac{w\bar{z} + m_1}{2w} \quad (11)$$

と分かる。一方、消費者 2 の需要関数については、講義ノートの例題から

$$x_2^d(p, w, m_1) = \frac{w\bar{z} + m_2}{3p}, \quad r_2^d(p, w, m_1) = \frac{2(w\bar{z} + m_2)}{3w} \quad (12)$$

である。

- (b) 経済全体の財に関する集計需要関数  $X^d(p, w, m_1, m_2)$  とその逆需要関数  $p(X)$  を求めなさい。

(解答) 集計需要関数は

$$\begin{aligned} X^d(p, w, m_1, m_2) &= \sum_{i=1}^2 x_i^d(p, w, m_i) \\ &= \frac{w\bar{z} + m_1}{2p} + \frac{w\bar{z} + m_2}{3p} \\ &= \frac{5w\bar{z} + 3m_1 + 2m_2}{6p} \end{aligned} \quad (13)$$

である。逆需要関数は  $X = X^d(p, w, m_1, m_2)$  を  $p$  について解けばよいから、

$$\begin{aligned} X = X^d(p, w, m_1, m_2) &\iff X = \frac{5w\bar{z} + 3m_1 + 2m_2}{6p} \\ &\iff p = \underbrace{\frac{5w\bar{z} + 3m_1 + 2m_2}{6X}}_{=p(X)} \end{aligned} \quad (14)$$

のように求められる。

- (c) 経済全体の集計労働供給関数  $Z^s(p, w, m_1, m_2)$  を求めなさい。

(解答) 各個人の労働供給関数は

$$z_i^s(p, w, m_i) = \bar{z} - r_i^d(p, m, w_i) \quad (15)$$

であるから、集計労働供給関数は

$$\begin{aligned} Z^s(p, w, m_1, m_2) &= \sum_{i=1}^2 z_i^s(p, w, m_i) \\ &= \sum_{i=1}^2 (\bar{z} - r_i^d(p, m, w_i)) \\ &= 2\bar{z} - \frac{w\bar{z} + m_1}{2w} - \frac{2(w\bar{z} + m_2)}{3w} \\ &= \frac{5}{6}\bar{z} - \frac{3m_1 + 4m_2}{6w} \end{aligned} \quad (16)$$

となる。